第二章 实验方案设计与数据获取

为了有效地改善$\psi(2S)$衰变宽度及分支比测量中莫衷一是的状况,BES实验力求尽可能减小误差,提高精度.因此对在数据获取提出了一定的要求.本章[1] 首先通过误差估计,大致确定扫描实验希望并且能够达到的测量精度.其次在综合考察各方面因素的前提下,制定出详细的实验方案. 最后介绍一下在线数获取情况以及随后分析工作的设想.

2.1 实验的误差估计

作为估计,考察$\psi(2S)$衰变到j末态的截面(不包含辐射修正)的能量积分$(A_{rea})_j^0$:

$$(A_{rea})_j^0 = \int \sigma_j^0(W)dW = \frac{6\pi^2}{M^2}\frac{\Gamma_e\Gamma_j}{\Gamma_t} = \frac{1}{k_1}f_j\ (j = e, \mu, h) \tag{2.1}$$

式中$\sigma_j^0(W)$为Breit-Wigner 共振截面[2], $k_1{=}\dfrac{M^2}{6\pi^2}$ 为常数,f_j定义为

$$f_j \equiv \frac{\Gamma_e\Gamma_j}{\Gamma_t}\ \ (\Gamma_t : \psi(2S)\text{衰变总宽度}) \tag{2.2}$$

式(2.1)是联系待测量与可测量的重要公式.一方面,等式右边通过f_j与各宽度Γ_j相联,由误差传递定律, 可由各f_j的误差求出Γ_j的误差.另方面等式左边的$(A_{rea})_j^0$与反应截面σ_j相联系.作为估计大致认为

$$(A_{rea})_j^0 = k_2\sigma_j,\ \ (\text{于是}f_j = k_1k_2\sigma_j) \tag{2.3}$$

而

$$\sigma_j = \frac{N_j}{L\cdot\varepsilon_{N_j}} \tag{2.4}$$

[1]本章前两节是根据朱永生教授的报告[27]补充发展而来;第三节是柳峰博士和本人在线监测工作的总结.

[2]关于截面的计算公式参见第 7章.关于Breit-Wigner共振截面的能量积分参见本章附录.

式中N_j是$\psi(2S)$衰变为j末态的观测事例数,ε_{N_j} 是探测器对$\psi(2S)$衰变为j末态事例的探测效率,L是积分亮度,这三个量可由实验或蒙特卡罗模拟确定.这样一来,由f_j和待测量Γ_j的关系以及σ_j与可测量$N_j, L, \varepsilon_{N_j}$的关系,经由变量$(A_{rea})_j^0$可以得出$\Gamma_j$的误差与$N_j, L, \varepsilon_{N_j}$ 的误差的关系,从而作出误差估计.下面逐一进行分析.为方便起见,对任意变量X,将其相对误差记为

$$\zeta_X = \frac{\delta X}{X} \quad 或 \quad \zeta_X^2 = \frac{(\delta X)^2}{X^2} \tag{2.5}$$

2.1.1 衰变宽度与分支比的误差估计公式

通常认为总衰变宽度Γ_t是强子衰变宽度Γ_h与轻子衰变宽度$\Gamma_\kappa(\kappa = e, \mu, \tau)$之和,即

$$\Gamma_t = \Gamma_h + \Gamma_e + \Gamma_\mu + \Gamma_\tau \tag{2.6}$$

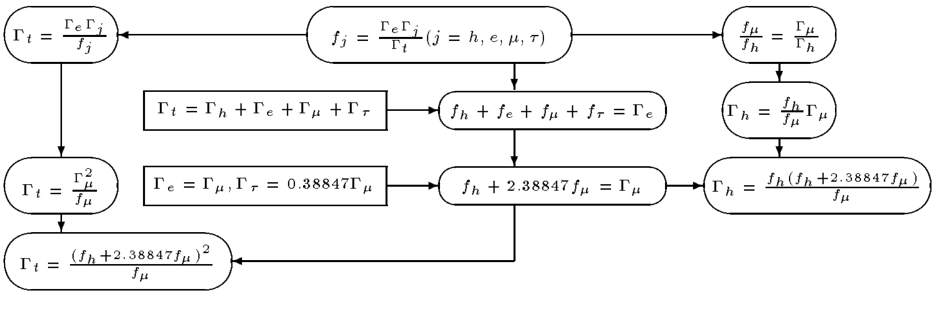
同时采用轻子普适原理,并注意到质量效应,则有:

$$\Gamma_e = \Gamma_\mu, \qquad \Gamma_\tau = 0.38847\Gamma_\mu \tag{2.7}$$

由上述假定结合式(2.2),可求出各待测量与f_j的关系[3] 如下:

$$\begin{cases} \Gamma_t &= \frac{1}{f_\mu} \cdot (f_h + \lambda f_\mu)^2 \\ \Gamma_h &= \frac{f_h}{f_\mu} \cdot (f_h + \lambda f_\mu) \\ \Gamma_\pi &= \frac{f_\pi}{f_\mu} \cdot (f_h + \lambda f_\mu) \\ \Gamma_\mu &= f_h + \lambda f_\mu \\ B_h &= \frac{\Gamma_h}{\Gamma_t} = \frac{f_h}{f_h+\lambda f_\mu} \\ B_\pi &= \frac{\Gamma_\pi}{\Gamma_t} = \frac{f_\pi}{f_h+\lambda f_\mu} \\ B_\mu &= \frac{\Gamma_\mu}{\Gamma_t} = \frac{f_\mu}{f_h+\lambda f_\mu} \end{cases} \tag{2.8}$$

[3]关于式(2.8)有关变量的推导参看下图.图中方框表示假定条件.与Γ_π有关的公式与Γ_h类似.



式中$\lambda = 2.38847$,h指示强子末态,π指$\pi^+\pi^- J/\psi$末态, μ指$\mu^+\mu^-$末态.由误差传递公式可求出

$$\begin{cases} \zeta^2_{\Gamma_t} & = (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot 4\zeta^2_{f_h} + (\frac{1-\lambda\delta_{\mu/h}}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_\mu} \\ \zeta^2_{\Gamma_h} & = (\frac{1+\frac{\lambda}{2}\delta_{\mu/h}}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot 4\zeta^2_{f_h} + (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_\mu} \\ \zeta^2_{\Gamma_\pi} & = (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_h} + (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_\mu} + \zeta^2_{f_\pi} \\ \zeta^2_{\Gamma_\mu} & = (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_h} + (\frac{\lambda\delta_{\mu/h}}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_\mu} \\ \zeta^2_{B_h} & = (\frac{\lambda\delta_{\mu/h}}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \{\zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu}\} \\ \zeta^2_{B_\pi} & = (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_h} + (\frac{\lambda\delta_{\mu/h}}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \zeta^2_{f_\mu} + \zeta^2_{f_\pi} \\ \zeta^2_{B_\mu} & = (\frac{1}{1+\lambda\delta_{\mu/h}})^2 \cdot \{\zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu}\} \end{cases} \tag{2.9}$$

式中已经定义

$$\delta_{\mu/h} \equiv \frac{f_\mu}{f_h} \tag{2.10}$$

对于$\psi(2S)$来说[4], 因$\Gamma_t \gg \Gamma_{e,\mu,\tau}$,故$\Gamma_t \simeq \Gamma_h$, 由此$\delta_{\mu/h} = \frac{f_\mu}{f_h} = \frac{\Gamma_\mu}{\Gamma_h} = \frac{2.12}{272} \simeq 0.00779$. 作为估计,与1相比可将$\delta_{\mu/h}$视为0,即$\delta_{\mu/h} \sim 0$. 把此值代入式(2.9)有

$$\begin{cases} \zeta^2_{\Gamma_t} & \cong 4\zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu} \\ \zeta^2_{\Gamma_h} & \cong 4\zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu} \\ \zeta^2_{\Gamma_\pi} & \cong \zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu} + \zeta^2_{f_\pi} \\ \zeta^2_{\Gamma_\mu} & \cong \zeta^2_{f_h} \\ \zeta^2_{B_h} & \cong (0.02)^2 \cdot (\zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu}) \\ \zeta^2_{B_\pi} & \cong \zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\pi} \\ \zeta^2_{B_\mu} & \cong \zeta^2_{f_h} + \zeta^2_{f_\mu} \end{cases} \tag{2.11}$$

由上式可以得到三点结论:

1. 总宽度的相对误差与强子宽度的相对误差大致相等,即有

$$\zeta_{\Gamma_t} \simeq \zeta_{\Gamma_h}$$

[4]根据PDG2000, $\Gamma_t = 277$keV,$\Gamma_e = \Gamma_\mu = 2.12$keV, $\Gamma_\mu/\Gamma_t = 0.0077 \ll 1$;$\mathcal{B}_h = 98.1\%$,故$\Gamma_h \simeq 272$ keV

2. 强子分支比的相对误差与其它相对误差相比有数量级上的差异，即强子分支比的误差ζ_{B_h}比其它误差小约两个量级;

3. 各项待测量误差最终只与ζ_{f_h}、ζ_{f_π}和ζ_{f_μ}相关,也就是说只与f_h、f_π和f_μ相关.因此根据式(2.3),下面估计中只考虑σ_h、σ_π和σ_μ的误差效应.

2.1.2 观测截面的误差估计公式

针对强子与μ子末态详细考察式(2.4).首先考虑μ子末态的截面公式

$$\sigma_\mu = \frac{N_\mu}{L \cdot \varepsilon_{N_\mu}} \tag{2.12}$$

式中L或由小角度亮度监测器获得,或由大角度BhaBha事例算得,而与μ 子的判选无关,即L相对于N_μ与ε_{N_μ}独立. 但N_μ与ε_{N_μ}彼此之间却密切相关.对于某一确定的模拟模型来说,在理想情况下,即模型毫厘不爽地模拟了探测器的性能以及事例判选等诸方面的过程,当判选条件变化时, N_μ与ε_{N_μ}的变化完全一致,比值$\dfrac{N_\mu}{\varepsilon_{N_\mu}}$ 恒定,即两者完全相关.当然实际情况是N_μ与ε_{N_μ} 的变化存在差异,这就是系统误差的来源之一.误差的另一来源是模拟模型的不同,这类误差又与判选条件引起的无关.于是很自然地将ε_{N_μ}分为两部分,即设

$$\varepsilon_{N_\mu} = \epsilon_N \cdot \epsilon_\mu \tag{2.13}$$

其中第一部分ϵ_N与μ事例的判选条件相关,随N_μ之变化而变化.第二部分ϵ_μ只与模型种类相关而与判选条件无关. 实际上常常将N_μ与ε_{N_μ}作为一个整体来考虑,即设

$$N_\mu^\epsilon = \frac{N_\mu}{\epsilon_N} \tag{2.14}$$

这样式(2.12)便改写为

$$\sigma_\mu = \frac{N_\mu^\epsilon}{L \cdot \epsilon_\mu} \tag{2.15}$$

式(2.15)与式(2.12)形式相近,内涵有别.由于式(2.15)右边三项相互独立,根据误差传递定律即可得到关于σ_μ的误差公式

$$\zeta_{\sigma_\mu}^2 = \zeta_{N_\mu^\epsilon}^2 + \zeta_L^2 + \zeta_{\epsilon_\mu}^2 \tag{2.16}$$

类似地可以得到σ_π的误差公式

$$\zeta^2_{\sigma_\pi} = \zeta^2_{N^\epsilon_\pi} + \zeta^2_L + \zeta^2_{\epsilon_\pi} \tag{2.17}$$

对强子末态

$$\sigma_h = \frac{N_h}{L \cdot \varepsilon_{N_h}}, \qquad N_h = N_h(obs) - N_h(bg) \tag{2.18}$$

其中$N_h(obs)$表示判选后得到的强子数,而$N_h(bg)$表示分离束气体, $\tau^+\tau^-$强子末态以及其他一些通过理论估算并直接从事例数中减除的本底. 类似μ子反应截面的讨论,将ε_{N_h}分为两部分,设$\varepsilon_{N_h} = \epsilon_N \cdot \epsilon_h$,并记

$$N^\epsilon_h(obs) = \frac{N_h(obs)}{\epsilon_N}, \qquad N^\epsilon_h(bg) = \frac{N_h(bg)}{\epsilon_N} \tag{2.19}$$

则有

$$\sigma_h = \frac{N^\epsilon_h(obs) - N^\epsilon_h(bg)}{L \cdot \varepsilon_h} \tag{2.20}$$

容易求出

$$\zeta^2_{\sigma_h} = (\frac{N_h(obs)}{N_h})^2 \cdot \zeta^2_{N^\epsilon_h(obs)} + (\frac{N_h(bg)}{N_h})^2 \cdot \zeta^2_{N^\epsilon_h(bg)} + \zeta^2_L + \zeta^2_{\epsilon_h} \tag{2.21}$$

考虑到在共振区$N_h(bg)$较N_h小很多,故而$\frac{N_h(bg)}{N_h} \sim 0$, 因此$N_h \sim N_h(obs)$,于是近似地有

$$\zeta^2_{\sigma_h} = \zeta^2_{N^\epsilon_h} + \zeta^2_L + \zeta^2_{\epsilon_h} \tag{2.22}$$

2.1.3 预期误差估计

注意到f_i与σ_i的线性关系式(2.3),于是有$\zeta^2_{f_\kappa} = \zeta^2_{\sigma_\kappa}(\kappa = h, \pi, \mu)$. 结合(2.11)式与(2.16)、(2.17)和(2.22)三式,可得

$$\left\{ \begin{array}{ll} \zeta_{\Gamma_h} & = [4\zeta^2_{N^\epsilon_h} + 4\zeta^2_{\epsilon_h} + \zeta^2_{N^\epsilon_\mu} + \zeta^2_{\epsilon_\mu} + 5\zeta^2_L]^{\frac{1}{2}} \\ \zeta_{\Gamma_\pi} & = [\zeta^2_{N^\epsilon_h} + \zeta^2_{\epsilon_h} + \zeta^2_{N^\epsilon_\mu} + \zeta^2_{\epsilon_\mu} + \zeta^2_{N^\epsilon_\pi} + \zeta^2_{\epsilon_\pi} + 3\zeta^2_L]^{\frac{1}{2}} \\ \zeta_{\Gamma_\mu} & = [\zeta^2_{N^\epsilon_h} + \zeta^2_{\epsilon_h} + \zeta^2_L]^{\frac{1}{2}} \\ \zeta_{B_\pi} & = [\zeta^2_{N^\epsilon_h} + \zeta^2_{\epsilon_h} + \zeta^2_{N^\epsilon_\pi} + \zeta^2_{\epsilon_\pi} + 2\zeta^2_L]^{\frac{1}{2}} \\ \zeta_{B_\mu} & = [\zeta^2_{N^\epsilon_h} + \zeta^2_{\epsilon_h} + \zeta^2_{N^\epsilon_\mu} + \zeta^2_{\epsilon_\mu} + 2\zeta^2_L]^{\frac{1}{2}} \\ \text{以及} & \zeta_{\Gamma_t} \cong \zeta_{\Gamma_h} \ \text{和}\ \zeta_{B_h} \cong (0.02 \cdot \zeta_{B_\mu}) \end{array} \right. \tag{2.23}$$

下面依次考虑如下诸项误差:$\zeta_{N_h^\epsilon}$、ζ_{ϵ_h}、$\zeta_{N_\mu^\epsilon}$、ζ_{ϵ_μ}和ζ_L.

♠ ζ_L 要求亮度的误差在3.3% 左右;

♠ ζ_{ϵ_h} 根据R-值组的研究约为3% 左右;

♠ ζ_{ϵ_π} 根据以往的经验约为2% 左右;

♠ ζ_{ϵ_μ} 根据以往的经验约为2% 左右;

♡ 此外$\zeta_{N_h^\epsilon} \sim 7\%$ 、$\zeta_{N_\pi^\epsilon} \sim 9\%$与$\zeta_{N_\mu^\epsilon} \sim 5\%$.

上述诸项误差,其中ζ_L、ζ_{ϵ_h}、ζ_{ϵ_μ}三项属整体性误差,而$\zeta_{N_h^\epsilon}$、$\zeta_{N_\mu^\epsilon}$两项则随能量点的不同而异.曲线拟合给出的是多个点的整体误差,因此不能以每点的误差为准,造成误差的错误估计.

实验扫描的目的是为了改善共振参数的精度,根据PDG2000的数值

表 2.1 : $\psi(2S)$衰变宽度及相关分支比的相对误差(%)

实验组	年份	Γ_t	Γ_h	Γ_μ	B_h	B_π	B_μ
BES	†	12.5	12.5	6.8	0.17	7.1	8.6
MARK I	75	24.6	25.0	14.3	0.31	12.9	17.2
DASP	79	28.2				16.7	32.3
E760	92,97	12.7				10.2	10.4
⋆PDG00	00	11.2		8.5	0.31	9.0	34.0

注:† BES预期达到的精度;⋆2000以前各实验组结果的综合值.

$$\zeta_{\Gamma_h} \simeq 11.2\% \tag{2.24}$$

新扫描实验希望对于强子的误差能够接近或好于这个精度.根据式(2.23) 以及上述的误差要求,有

$$\sqrt{4\zeta^2_{N_h^\epsilon} + \zeta^2_{N_\mu^\epsilon}} \simeq 0.05567 \tag{2.25}$$

作为粗略的估计,不妨取

$$\zeta_{N_h^\epsilon} \simeq 0.028 \quad \text{以及} \quad \zeta_{N_\mu^\epsilon} \simeq 0.056 \tag{2.26}$$

由于$\pi^+\pi^- J/\psi$也是强子末态,可以认为

$$\zeta_{N_\pi^\epsilon} \simeq \zeta_{N_h^\epsilon} \tag{2.27}$$

依据上面各项误差值,可以求出:

$$\begin{cases} \zeta_{\Gamma_t} & \simeq \zeta_{\Gamma_h} \sim 0.125 \\ \zeta_{\Gamma_\pi} & \sim 0.098 \\ \zeta_{\Gamma_\mu} & \sim 0.068 \\ \zeta_{B_h} & \sim 0.0017 \\ \zeta_{B_\pi} & \sim 0.071 \\ \zeta_{B_\mu} & \sim 0.086 \end{cases} \tag{2.28}$$

作为比较,将BES实验组预计达到的误差精度(以相对误差的形式表达)与其他实验组的相应结果以及PDG2000的值一并给出,列如表2.1,以为参考[5].

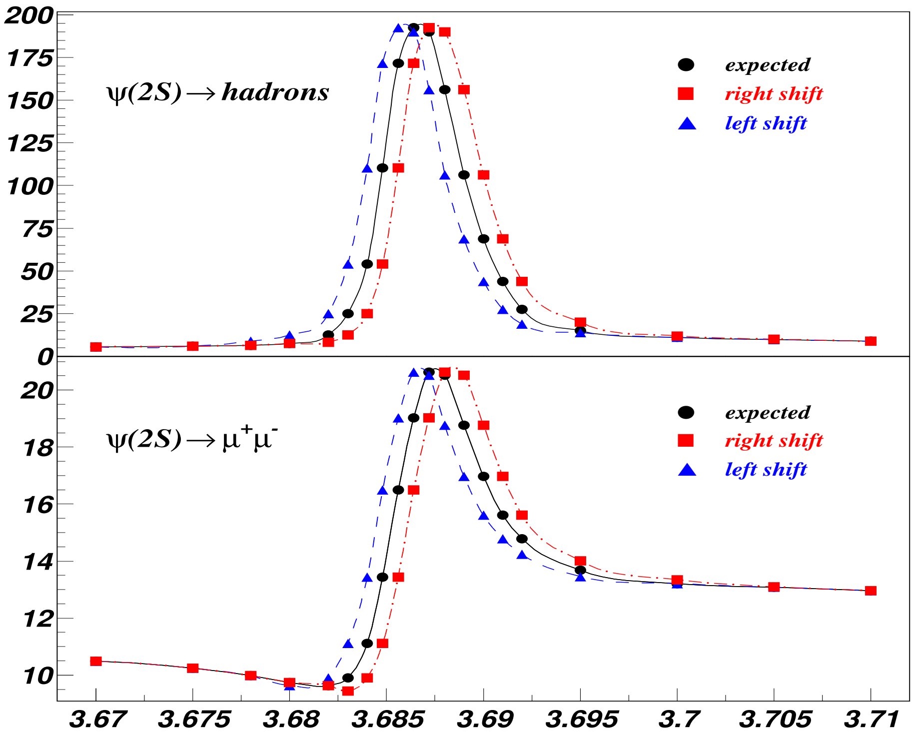


图 2.1 : 扫描曲线示意图

[5]本节有关误差传递的公式、定理、定律等,参见第9章第一节的相关部分.实验误差估计在误差分析理论中属于**间接观测量的误差分配**问题. 间接观测量误差的分配,也称之为误差传递定律的第二任务.误差传递定律的第一任务是根据直接观测量的精度参数求出间接观测结果的精度参数. 而第二任务正好相反,它是根据已知的间接观测量的误差,求出直接观测量的误差或相应的部分误差,即解决误差的分配问题.从而为实验设计提供依据和参考.更详的情况可参看第9章的有关文献.

2.2 实验设计

2.2.1 实验点的选取

据PDG96,$\psi(2S)$的峰值大约在3.69 GeV;已知加速器能量变化的最小步长为0.2 MeV.以峰值为中心,以100个步长为半径进行扫描,即扫描范围从3.67 GeV 到3.71 GeV.在连续区域,曲线形状平顺舒缓,故扫描点的间距可以比较宽疏; 在共振区域,曲线形状突兀跌宕,故扫描点的间距应该尽可能紧密(以能量变化的最小步长为限).同时考虑到实验过程中加速器可能存在的能量漂移,选取如下20 个扫描能量点:

$$E_{beam} = \begin{cases} 1.8350 & 1.8375 & 1.8390 & 1.8400 & 1.8410 \\ 1.8415 & 1.8420 & 1.8424 & 1.8428 & 1.8432 \\ 1.8436 & 1.8440 & 1.8445 & 1.8450 & 1.8455 \\ 1.8460 & 1.8475 & 1.8500 & 1.8525 & 1.8550 \end{cases}$$

图 2.1示意性地绘制出20个能量点的扫描曲线.实线连接的小圆点是理想情况下扫描曲线的形状,峰值落在3.686GeV处.虚线连接的小三角表示能量向左漂移2MeV时的曲线的形状;点划线连接的小方块表示能量向右漂移2MeV时的曲线的形状.可见在任何一种情形下,共振峰的结构都能落在扫描点的密集区, 从而保证了有效地测定曲线,准确地获取共振参数.

2.2.2 取数时间估计

根据公式

$$N = L \cdot \sigma \tag{2.29}$$

可知,在亮度一定时,稳定的截面对应稳定的事例数.因此应该选取反应截面稳定的过程作在线取数估计.$\psi(2S)$强子末态,连续区与共振区的反应截面相差悬殊, 故不宜作为在线取数估计;$\mu^+\mu^-$末态,首先反应截面小,事例数少;其次包含QED与QCD两种过程,而且两种过程的反应截面旗鼓相当,相干效应强烈,导致截面变化复杂;所以该末态也不宜作为在线取数估计.比较而言,用e^+e^-末态作为在线取数估算较理想.原因在于e^+e^-末态反应截面大,事例数多;主要以QED过程(即Bhabha过程) 为主,共振区的反应截面只有连续区的十分之一,相干效应亦不显著,作为近似估计, 只考虑连续区的Bhabha过程.实际上,在随后的分析中,e^+e^-末态将用作亮度计算.

根据误差估计,亮度测量应达到3.3%的精度,数据分析带来的系统误差若为$\zeta_L^{systematic} \sim 2.3\%$,于是要求统计误差须达到$\zeta_L^{statistic} \leq 2.5\%$.由误差分析理论可知

$$\zeta_L^{statistic} = \frac{1}{\sqrt{N_{e^+e^-}}} \tag{2.30}$$

于是

$$\frac{1}{\sqrt{N_{e^+e^-}}} \leq 2.5\% \quad \text{或} \quad N_{e^+e^-} \geq 1600\text{个事例} \tag{2.31}$$

Bhabha事例的判选效率约$70\% \sim 80\%$,保守地取70%,则相应事例数为

$$\frac{N_{e^+e^-}}{70\%} \sim 2300\text{个事例} \tag{2.32}$$

事例判选主要应用桶部簇射计数器的信息,打到端盖簇射计数器上的事例将被丢弃,加之在线误判错记的坏事例,有效的好事例率约为$60\% \sim 70\%$, 折衷地取64%,于是在线事例获取数应为

$$\frac{2300}{64\%} \sim 3600\text{个事例} \tag{2.33}$$

根据前此的数据获取情况,采集3600个事约需6个多小时.为了研究本底还需要收集一定的分离束样本.实验所需的时间大致如下:

♣1每个能量点的测量时间由在线e^+e^-末态事例数决定, $N_{e^+e^-}^{online} \geq 3600$,这大概需要大约6.3个小时的纯运行时间.

♣2在$E_{beam} = 1.835$和$E_{beam} = 1.855$处各测量6小时左右的分离束的数据.

♣3整个过程

$$\begin{aligned} E_{beam} &= 1.835 \ (Separated\ beam) \\ E_{beam} &= 1.835 \to 1.855 \ (\psi'\ scan) \\ E_{beam} &= 1.855 \ (Separated\ beam) \end{aligned}$$

全部运行时间为$(20+2) \times 6.3 \simeq 138.6$ 小时约5.8 天.这是纯取数时间.

此外还有非取数时间.加速器瞬时亮度服从指数规律

$$L(t) = L_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2.34}$$

每次注入当亮度降到其半时($t \simeq 0.693\tau$)打掉重注.若平均寿命为$6 \sim 7$小时,则每次注入的取数时约为$4 \sim 5$小时,每个能量点约需1.5 次注入.束流注入时间约30分钟,升降高压及其他操作约记10分钟,取20个点约需20个小时.考虑到可能加测$1 \sim 2$点需半天,排除故障及加速器机器研究用去半天,这样非取数时间要占用2天.

综合取数和非取数时间,全部实验可望在8天内完成.

2.3 数据获取与工作安排

扫描数据是利用BESII获取的[6].扫描过程中进行了细致的监察,主要工作包括

1. 时刻注视三类事例(强子、μ子、电子)的在线截面的变化趋势(尤其以强子的在线截面的变化趋势为主),绘制出截面随能量变化的曲线(参见图 2.2), 据此及时调整扫描点.实验过程中发现扫描的峰值点(3.689 GeV)比PDG值(3,686 GeV)漂移了3 MeV,超出了预期的漂移范围(2 MeV).

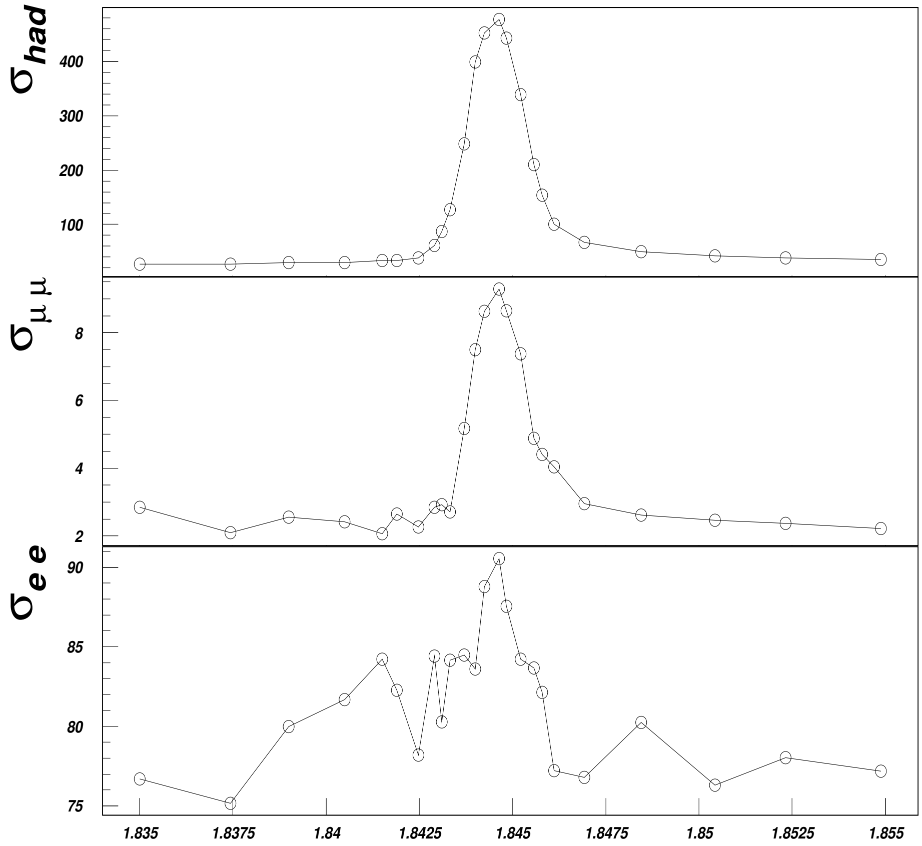


图 2.2: 在线截面曲线

2. 进行了多次在线Bhabha 好事例率人工扫描,以便了解真实事例的获取比例, 据此调整在线事例获取数量.由表 2.2知平均好事例率为64.56 % 与预期一致.故在线取数量维持原状.在运行状态良好的情况下,可以适当多取. 实际每个能量点在线Bhabha事例获取数大部分在3600个以上.

[6]关于BESII的有关性能参看附录第二部分北京谱仪.

3. 能量点E_{beam} = 1.84332 GeV的能量值虽然低,但却在点E_{beam} = 1.8437 GeV之后测量的.主要考虑到点E_{beam} = 1.8431 GeV与点E_{beam} = 1.8437 GeV 相距偏大,而此时已经进入共振区,故补测一点.

表 2.2 : 在线Bhabha 好事例率扫描

日期	好Bhabha事例	坏Bhabha事例	好事例率
5.15	148	52	74.0 %
5.16	68	45	60.2 %
5.17	55	35	61.1 %
5.18	35	35	70.0 %
5.20	49	36	57.6 %

在扫描过程中,加速器性能良好,谱仪运行顺利,数据获取情况比预期尚佳.主要表现在:

1. 扫描点多 从3.67 GeV 至3.71 GeV 在此能量段内共测26个点,除去数量小,质量欠佳的点外,还有24个良好测量点,比计划的待测点多出4个.

2. 能量偏差小 每个能量点皆于一次注入内完成,避免了两次注入取数带来的能量偏差.

3. 取数时间短 由于注入流强大,亮度高束流稳定,每个能量点取数时间大约为3到4个小时,几乎是预计的一半;算上加速器机器研究的半日,全部实验共计7天(1999年5月15日至5月21日),比预期少用一天.

在线数据获取的详情,参看表 2.3;大致情况如下: $\psi(2S)$精细扫描过程中共记取正常RUN号110个,有效取数时间115.42小时(约4.8天),积分亮度1149nb^{-1},记录事例共计2777560个(约3百万), 其中在线强子、电子、μ子数分别为160811、93268、4659.

基于此批数据,计划进行如下五个道[7]的测量.

[7]带*的反应过程是复合过程,具体地说

$e^+e^- \Longrightarrow hadrons$代表如下过程 : $\left.\begin{array}{c} e^+e^- \longrightarrow hadrons \\ \hookrightarrow \psi(2S) \rightarrow hadrons \end{array}\right\}$ $e^+e^- \Longrightarrow \mu^+\mu^-$代表如下过程: $\left.\begin{array}{c} e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^- \\ \hookrightarrow \psi(2S) \rightarrow \mu^+\mu^- \end{array}\right\}$ $e^+e^- \Longrightarrow e^+e^-$代表如下过程: $\left.\begin{array}{c} e^+e^- \longrightarrow e^+e^- \\ \hookrightarrow \psi(2S) \rightarrow e^+e^- \end{array}\right\}$

表 2.3 : 在线扫描结果

测量能量(GeV)		在线事例数			在线平均截面nb^{-1}			RUN 号
预测	实测	$N_{e^+e^-}$	$N_{Hadrons}$	$N_{\mu^+\mu^-}$	$\sigma_{e^+e^-}$	$\sigma_{Hadrons}$	$\sigma_{\mu^+\mu^-}$	$begin \sim end$
1.8350	1.8350	3664	1294	134	76.708	26.977	2.844	13196-13199
1.8350	1.8350	separated beam						13200-13205
1.8375	1.83743	3525	1273	100	75.174	27.040	2.105	13206-13208
1.8390	1.8390	3623	1350	116	79.972	29.821	2.562	13209-13211
1.8405	1.8405	3721	1342	110	81.667	29.838	2.415	13212-13217
1.8415	1.8415	3690	1455	92	84.213	33.569	2.070	13218-13221
1.8420*1	1.8419	3195	1289	98	82.257	33.243	2.642	13222-13225
1.8425	1.84248	3664	1774	104	78.194	38.723	2.267	13226-13229
1.8428*2	1.84286	1752	1246	52	81.880	58.890	2.500	13230-13231
1.8428	1.8429	3763	2709	131	84.428	61.365	2.850	13232-13235
1.8432	1.8431	3792	4107	137	80.289	86.977	2.927	13236-13239
1.8434	1.84332	3920	5930	122	84.168	127.34	2.716	13244-13247
1.8437	1.8437	3674	10606	216	84.485	248.05	5.179	13240-13243
1.8440	1.8440	3945	18698	374	83.609	399.18	7.497	13248-13251
1.8443	1.84425	3681	18876	350	88.780	452.390	8.631	13252-13255
1.8446	1.84464	3704	19615	381	90.541	476.742	9.288	13256-13259
1.8449	1.84483	3757	18995	388	87.553	442.976	8.649	13260-13263
1.8452	1.84522	3682	14739	322	84.225	338.622	7.373	13264-13267
1.8455	1.84557	3628	9251	220	83.672	210.068	4.890	13268-13271
1.8458	1.8458	3607	6752	191	82.123	153.533	4.408	13272-13275
1.8462	1.84612	3848	5033	210	77.223	100.658	4.044	13276-13280
1.8470	1.84693	3670	3156	135	76.793	66.902	2.953	13281-13284
1.8485	1.84845	4101	2580	120	80.232	49.975	2.612	13285-13289
1.8505	1.85043	3909	2149	133	76.290	41.948	2.459	13290-13294
1.8525*3	1.85259	1228	612	33	77.652	38.700	2.087	13295
1.8525	1.85232	3939	1926	114	78.024	38.789	2.379	13296-13299
1.8550	1.85488	4040	1830	125	77.175	35.131	2.218	13300-13304
1.8550	1.85488	separated beam						13305-13309

∗1 VME 死机,该点缺少0.8个RUN的Run-Summary ;

∗2 丢束,随后的注入Ebeam 略有不同;

∗3 由于机器研究,该点只取了一个RUN.

$$
\begin{gathered}
e^+e^- \to \psi(2S) \to \pi^+\pi^- J/\psi \\
e^+e^- \to \psi(2S) \to J/\psi X \\
e^+e^- \Longrightarrow Hadrons\ ^* \\
e^+e^- \Longrightarrow \mu^+\mu^-\ ^* \\
e^+e^- \Longrightarrow e^+e^-\ ^*
\end{gathered} \tag{2.35}
$$

其中最后一道,$\psi(2S)$衰变到e^+e^-的截面占总的e^+e^-末态截面的比例较小,故可用来计算每点的亮度.对上述五个道的分析将分两步

第一步,首先进行如下三个道的事例选择:

$$
\begin{gathered}
e^+e^- \Longrightarrow Hadrons \\
e^+e^- \Longrightarrow \mu^+\mu^- \\
e^+e^- \Longrightarrow e^+e^-
\end{gathered} \tag{2.36}
$$

其次,应用截面的理论公式进行拟合,顺次求出总衰变宽度Γ_t、强子衰变宽度Γ_h 和μ子衰变宽度Γ_μ;之后根据此三个量求出强子分支比和μ子分支比.

第二步,依次用过程

$$
e^+e^- \to \psi(2S) \to \pi^+\pi^- J/\psi \tag{2.37}
$$

和过程

$$
e^+e^- \to \psi(2S) \to J/\psi X \tag{2.38}
$$

代替过程

$$
e^+e^- \to \psi(2S) \to Hadrons \tag{2.39}
$$

进行拟合,分别求出Γ'_t ,$\Gamma_{\pi^+\pi^- J/\psi}$ 和Γ'_μ 以及Γ''_t,$\Gamma_{J/\psi X}$ 和Γ''_μ.

根据上述结果可以求出分支比:

$$
B(\pi^+\pi^- J/\psi) = \frac{\Gamma_{\pi^+\pi^- J/\psi}}{\Gamma_t}, \qquad B(J/\psi X) = \frac{\Gamma_{J/\psi X}}{\Gamma_t} \tag{2.40}
$$

同时亦可检验拟合的一致性,即Γ_t、Γ'_t与Γ''_t以及Γ_μ、Γ'_μ与Γ''_μ应在误差范围内一致.

附录:共振截面的能量积分

本附录首先说明Breit-Wigner共振截面的相对论不变形式与非相对论不变形式的关系[8], 通过讨论将文献中的常见形式写成本文应用的形式.之后计算共振截面的能量积分.非相对论不变形式的能量积分比较简单,相对论不变形式的能量积分则涉及复变函数的有关知识.

相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面公式[9]可以写作

$$\sigma(W)=\sigma_{max}\cdot\frac{M^2\Gamma^2}{(s-M^2)^2+M^2\Gamma^2} \tag{2.41}$$

其中σ_{max}是最大弹性散射截面,M是共振态的中心质量, $s(=W^2)$是质心系能量的平方.注意到

$$(s-M^2)^2=(W+M)^2(W-M)^2=4M^2(W-M)^2$$

上式最后一步是考虑到对于大质量窄共振的情况,式(2.41)中分式的贡献在共振态附近尤大,故取近似$W\sim M$,于是式(2.41)分子分母同时除以因子$4M^2$可得

$$\sigma(W)=\sigma_{max}\cdot\frac{\Gamma^2/4}{(W-E)^2+\Gamma^2/4} \tag{2.42}$$

式(2.42)即为非相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面公式[9].

如果共振态通过i道形成,经由j道衰变,则截面公式(2.42)和(2.41) 需要乘以因子

$$f_{ij}=\frac{\Gamma_i\Gamma_j}{\Gamma^2} \tag{2.43}$$

共振截面公式中的最大弹性散射截面σ_{max}可以表示为

$$\sigma_{max}=4\pi\lambda(2l+1) \tag{2.44}$$

[8] Breit-Wigner共振截面的非相对论不变形式与相对论不变形式的关系的在文献[2] D.H.Perkins(4th),page55-58 中也有讨论.

[9] 共振态截面公式可根据相空间积分(反应过程的运动学部分)结合传播子(反应过程的动力学部分)得出.以量子场论中的Klein-Gordan方程(相对论不变形式)为基础,传播子以相对论能量形式出现,即

$$\text{传播子}\quad\sim\frac{1}{p^2+M^2-i\Gamma/2}$$

由此得出的是相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面公式(参见文献[35]B.de Wit and J.Smith).以量子力学中的Shrödinger方程(非相对论不变形式)为基础,传播子以经典能量形式出现,即

$$\text{传播子}\quad\sim\frac{1}{W-E-i\Gamma/2}$$

由此得出的是非相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面公式(参见文献[35]S.Weinberg).

若入射粒子或对撞粒子带有自旋,设相互作用粒子的能量、动量、质量及自旋分别为$(E_a, \vec{p}_a, m_a, S_a)$和$(E_b, \vec{p}_b, m_b, S_b)$,则式(2.44) 应修正为

$$\sigma_{max} = \frac{4\pi\lambda(2l+1)}{(2S_a+1)(2S_b+1)} \tag{2.45}$$

式中

$$\lambda = 1/p \tag{2.46}$$

是粒子的德布罗意波长,p是粒子的动量.等能量对撞粒子

$$\vec{p}_a = -\vec{p}_b$$

定义

$$\begin{array}{rcll} \sqrt{s} & \equiv & E_a + E_b & (\text{质心能量}) \\ p & \equiv & |\vec{p}_a| = |-\vec{p}_b| & (\text{入射动量}) \end{array}$$

并利用质能关系式

$$E^2 = p^2 + m^2$$

可以推出

$$p^2 = \frac{[s-(m_a+m_b)^2]\cdot[s-(m_a-m_b)^2]}{4s} \tag{2.47}$$

针对正负电子对撞产生共振态$\psi(2S)$的过程来说,初态为e^+e^-, 记Γ_i为Γ_e,并记衰变总宽度Γ为Γ_t, 则式(2.43)写为

$$f_{ij} = \frac{\Gamma_e\Gamma_j}{\Gamma_t^2} \tag{2.48}$$

电子自旋为$1/2$,共振态$\psi(2S)$的自旋为1,即$l=1$,故式(2.45)成为

$$\sigma_{max} = \frac{3\pi}{p^2} \tag{2.49}$$

对于大质量窄共振的情况,$s \sim M$且$s \gg m_a, m_b$,故有

$$p^2 \simeq \frac{s\cdot s}{4s} = \frac{s}{4} \simeq \frac{M^2}{4} \quad \text{即} \quad p = \frac{M}{2} \tag{2.50}$$

于是式(2.49)成为

$$\sigma_{max} = \frac{12\pi}{M^2} \tag{2.51}$$

式(2.42)与式(2.41)右边乘以因子式(2.48),并将式(2.51)带入,则有

$$\sigma_{NR}(W) = \frac{3\pi}{M^2} \cdot \frac{\Gamma_e \Gamma_j}{(W-M)^2 + \Gamma_t^2/4} \tag{2.52}$$

$$\sigma_{RL}(s) = \frac{12\pi \cdot \Gamma_e \Gamma_j}{(s-M^2)^2 + M^2\Gamma_t^2} \tag{2.53}$$

上两式为本文中应用的形式.σ_{NR}即非相对论不变形式的共振截面;σ_{RL}即相对论不变形式的共振截面.

下面讨论共振截面的能量积分.非相对论不变形式的Breit-Wigner 共振截面的能量积分为

$$\mathcal{A}_{NR} = \frac{3\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^2} \int_0^\infty \frac{dW}{(W-M)^2 + \Gamma_t^2/4} \tag{2.54}$$

作代换$t = \frac{2(W-M)}{\Gamma_t}$,有

$$\mathcal{A}_{NR} = \frac{6\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^2\Gamma_t} \int_{t_0}^\infty \frac{dt}{t^2+1} \tag{2.55}$$

其中$t_0 = -\frac{2M}{\Gamma_t}$(对应于$W=0$). 再作代换$t = \tan\theta$,并注意到

$$d\tan\theta = \sec^2\theta d\theta = (1+\tan^2\theta)d\theta$$

有

$$\mathcal{A}_{NR} = \frac{6\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^2\Gamma_t} \int_{\arctan t_0}^{\pi/2} d\theta \tag{2.56}$$

$$= \frac{6\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^2\Gamma_t} \cdot [\frac{\pi}{2} - \arctan t_0] \tag{2.57}$$

对于大质量窄共振的情况,以$\psi(2S)$为例,根据PDG2000,M=3686MeV,Γ_t <0.3MeV,故 $\frac{2M}{\Gamma_t}$ >12000, 可近似视为∞,此时

$$\arctan t_0 = \arctan(-\frac{2M}{\Gamma_t}) = -\arctan(\frac{2M}{\Gamma_t}) \tag{2.58}$$

$$= -\arctan x|_{x\to\infty} = -\frac{\pi}{2} \tag{2.59}$$

于是有

$$\mathcal{A}_{NR} = \frac{6\pi^2\Gamma_e\Gamma_j}{M^2\Gamma_t} \tag{2.60}$$

此即非相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面的能量积分.

现在计算相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面的能量积分.注意到$s = W^2$,根据式(2.53)有

$$\mathcal{A}_{RL} = \frac{12\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^4}\int_0^\infty \frac{dW}{[(\frac{W}{M})^2-1]^2+(\frac{\Gamma_t}{M})^2} \tag{2.61}$$

作代换$x=\frac{W}{M}$,并记$\delta=\frac{\Gamma_t}{M}$,则有

$$\mathcal{A}_{RL} = \frac{12\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^3}\int_0^\infty \frac{dx}{[x^2-1]^2+\delta^2} \tag{2.62}$$

注意到积分函数是变量x的偶函数,于是有

$$\int_0^\infty \frac{dx}{[x^2-1]^2+\delta^2} = \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{[x^2-1]^2+\delta^2} \tag{2.63}$$

这样式(2.62)可以写成为

$$\mathcal{A}_{RL} = \frac{6\pi\Gamma_e\Gamma_j}{M^3}\cdot I_\delta \tag{2.64}$$

式中定义

$$I_\delta = \int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{K(x)} \tag{2.65}$$

$$K(x) = [x^2-1]^2+\delta^2 \tag{2.66}$$

计算积分值I_δ需要应用复变函数的有关定理.首先要知道以复数为宗量的被积函数的极点,亦即函数$K(z)$的零点.为此将$K(z)$函数分解因式

$$K(z) = (z^2-1-i\delta)(z^2-1+i\delta) \tag{2.67}$$

$$= (z-a)(z+a)(z-b)(z+b) \tag{2.68}$$

上式已定义

$$a^2 = 1+i\delta \quad 与 \quad b^2 = 1-i\delta \tag{2.69}$$

根据复变函数的知识,可将a^2写成如下形式

$$a^2 = r \cdot (\cos\theta + i\sin\theta)$$

其中

$$r = \sqrt{1+\delta^2}, \quad \cos\theta = \frac{1}{r}, \quad \sin\theta = \frac{\delta}{r}$$

于是

$$a = \sqrt{r} \cdot (\cos\frac{\theta}{2} + i\sin\frac{\theta}{2})$$

利用半角公式可以求出

$$\begin{aligned}\cos\frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}+1}{2\sqrt{1+\delta^2}}} \\ \sin\frac{\theta}{2} &= \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}-1}{2\sqrt{1+\delta^2}}}\end{aligned}$$

所以有

$$a = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}+1}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}-1}{2}} \tag{2.70}$$

类似地可以求出

$$b = \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}+1}{2}} - i\sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}-1}{2}} \tag{2.71}$$

$K(z)$函数的四个根均匀地分布在$x-y$构成的复平面的四个象限内,参见图2.3 中的(a).以$R(R > \sqrt{r})$为半径,在上半平面作圆弧C_R与实轴从$-R$至R 的一段连成封闭曲线,以此作为积分路径,参见图2.3中的(b).由图可知,在积分路径围成的区域内被积函数只有两个极点(a和$-b$).根据复变函数的有关定理,注意到

$$\lim_{R\to\infty}\int_{C_R}\frac{dz}{K(z)} = 0 \tag{2.72}$$

可知有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{K(x)} = \lim_{R\to\infty}\{\int_{-R}^{R}\frac{dx}{K(x)} + \int_{C_R}\frac{dz}{K(z)}\} = 2\pi i\sum_{Imz>0} res[\frac{1}{K(z)}] \tag{2.73}$$

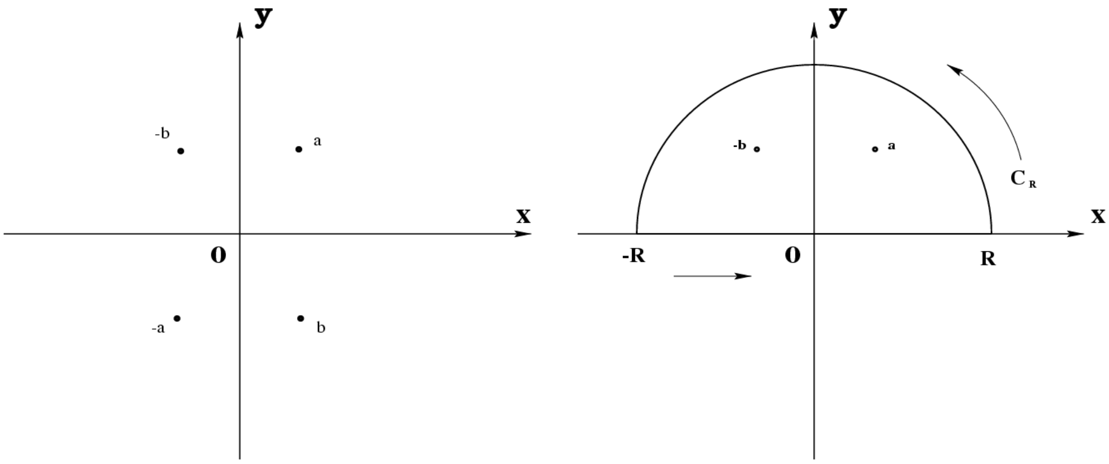
即

$$I_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{K(x)} = 2\pi i \sum_{Im\, z>0} res[\frac{1}{K(z)}] \tag{2.74}$$

对于函数 $\frac{1}{K(z)}$,其某个一阶极点z_i 的留数为

$$res[\frac{1}{K(z_i)}] = \lim_{z\to z_i}[(z-z_i)\cdot\frac{1}{K(z)}] \tag{2.75}$$

于是



(a)极点分布 (b)积分路径

图 2.3 : 极点分布与积分路径

$$\begin{aligned}
\sum_{Im\, z>0} res[\frac{1}{K(z)}] &= \lim_{z\to a}[(z-a)\cdot\frac{1}{K(z)}] + \lim_{z\to(-b)}[(z+b)\cdot\frac{1}{K(z)}] && (2.76)\\
&= \frac{1}{(z+a)(z^2-b^2)}|_{z=a} + \frac{1}{(z^2-a^2)(z-b)}|_{z=-b} && (2.77)\\
&= \frac{1}{2(a^2-b^2)}\cdot(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}) && (2.78)
\end{aligned}$$

将式(2.69)与式(2.70)、(2.71)代入式(2.78),得

$$\sum_{Im\, z>0} res[\frac{1}{K(z)}] = \frac{1}{2i\delta}\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}+1}{2\sqrt{1+\delta^2}}} \tag{2.79}$$

将式(2.79)代入式(2.74),有

$$I_\delta = \frac{\pi}{\delta} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{1+\delta^2}+1}{2\sqrt{1+\delta^2}}} \tag{2.80}$$

注意到$\delta = \frac{\Gamma_t}{M}$,对于大质量窄共振的情况,以$\psi(2S)$为例,根据PDG2000,$M$=3686MeV, Γ_t=277keV, 有 $\frac{\Gamma_t}{M} \sim 7.5 \times 10^{-5}$,故而$(1+\delta^2) \sim 0$,于是

$$I_\delta = \frac{\pi}{\delta} \tag{2.81}$$

将式(2.81)代入式(2.64)有

$$\mathcal{A}_{RL} = \frac{6\pi^2 \Gamma_e \Gamma_j}{M^2 \Gamma_t} \tag{2.82}$$

式(2.82)即相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面的能量积分.由式(2.60)可知,此值与非相对论不变形式的Breit-Wigner共振截面的能量积分相同.